用三轴干涉仪探测引力波的原理和方法

汤克云

中国科学院地质与地球物理研究所

kytang@mail.igcas.ac.cn

摘 要

LIGO 和 VIRGO 已经测量到几例引力波，这是历史性的重要突破。但是，干涉仪的两条光臂限于地平面内，难于获取引力波的质量源在三维空间的位置。本文提出一种三维探测方案，用三维空间的三轴干涉仪探测引力波及其质量源。本文导出了三轴干涉仪的干涉方程，给出了探测引力波的新原理；据此方程，可以确定激发引力波的质量源的速度和质量源在天球上的坐标，这对于研究引力波的激发和传播的全过程，具有重要意义。

关键词：推迟引力波，光程差，各向异性，三轴干涉仪，

干涉条纹数，质量源的速度，天球坐标

The principle and method to detect the gravitational wave by a three-axis interferometer

Keyun Tang

Institute of geology and geophysics, Chinese academy of sciences

kytang@mail.igcas.ac.cn

Abstract

LIGO and VIRGO have already measured several gravitational waves, it is a historic breakthrough. However, the two optical arms of the interferometer are limited to the ground plane, so it is difficult to obtain the position of the mass source of the gravitational wave in three-dimensional space. In this paper, a three-dimensional detection scheme is proposed, which uses a three-axis interferometer to detect gravitational waves and their mass sources. In this paper, the interference equation of the three-axis interferometer is derived and a new principle of gravitational wave detection is given. According to the equations, the speed of the mass source that excites the gravitational wave and the coordinate of the mass source on the celestial sphere can be determined, which is of great significance for the study of the whole process of the excitation and propagation of the gravitational wave.

Key words: retarded gravitational wave, optical path difference, anisotropy, three-axis interferometer, number of interference fringes, velocity of mass source, celestial coordinates

一、 完整地研究引力波的激发和传播需要三维的探测数据

2015 年以来，LIGO 和 VIRGO 先后探测到几例引力波事件，被认

为是引力波物理学和宇宙学研究的重大突破。

目前使用的引力波探测仪，共有两类：第一类是韦伯共振棒， 因为灵敏度太低，尚不具备探测引力波的能力，本文不予讨论；第二类是双臂迈克尔逊干涉仪，已经成功地探测到几例引力波，是引力波探测的主流设备。但是，当今的双臂迈克尔逊干涉仪，都局限于地平面，所有的观测都是二维的观测；根据二维的观测数据研究三维的物理过程是困难的，先天不足。

要完整地研究引力波的激发和传播，要知道激发引力波的质量源的信息，包括对应的质量源在三维空间中的坐标与速度，这就需要三维的引力波探测数据。例如，对于 GW20150914，被认为是两个黑洞并合的结果；可是，人们首先要问：这两个黑洞在天球上的空间坐标，其次要问：两个黑洞在并合前后的速度几何，加速度几何？仅依靠二维地平面上的探测数据，无法回答这些问题。

因此，本文建议用三轴干涉仪替代地平面上的双臂干涉仪，这是一种三维的引力波探测方案，有理由获得较完整的三维观测数据，获得引力波质量源的空间坐标和速度矢量，更全面更准确地研究引力波的激发和传播过程。

二、 探测推迟引力波的三轴干涉仪

本文提议：建立三维的三轴干涉仪替代现有的二维双臂干涉仪。除了地平面上的双臂干涉仪，增加一个垂直于地平面的第三个光臂。如图 1 所示，我们按右手螺旋法则建立一个三轴干涉仪，其中，沿 x

轴和Y轴的两臂仍位于地平面内，构成一组标准的$X-Y$双臂干涉仪；沿X轴和Z轴的两臂在$X-Z$平面内，沿Y轴和Z轴的两臂在$Y-Z$平面内，它们各构成一组标准的双臂干涉仪。

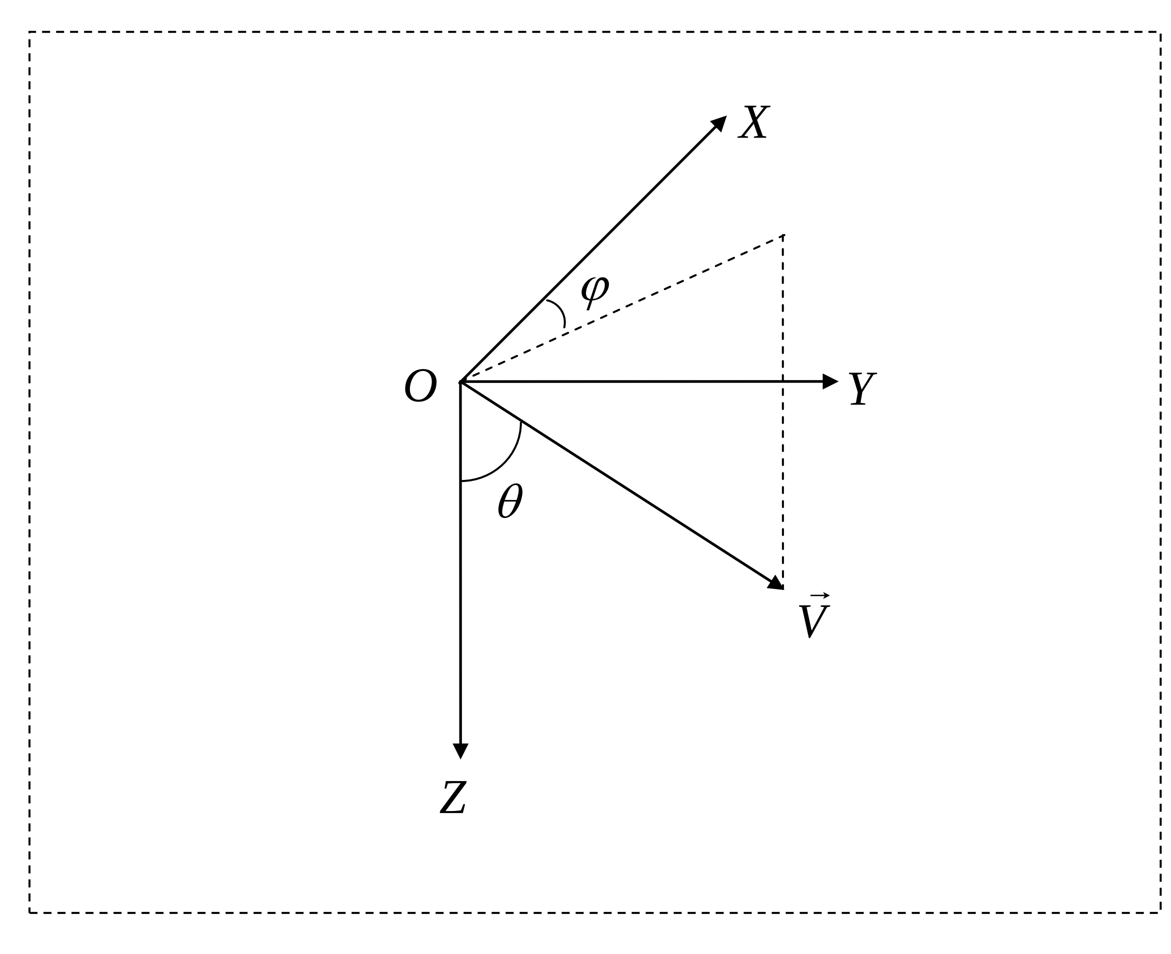


图 1　三轴干涉仪

其中，X轴和Y轴是地平面上互相垂直的两轴，Z轴由站点指向地心，与以上两轴垂直。$\vec{V}$是激发引力波的质量源的速度矢量；图中的θ角为质量源的速度矢量$\vec{V}$的投掷角，而φ角为速度矢量$\vec{V}$的方位角。

例如，我们可在站点取X轴为由南向北的方向，取Y轴为由西向

东的方向，取 Z 轴为由站点指向地心的方向。两两垂直，构成一组三轴直角坐标系；等长的三个光臂分别沿三个坐标轴方向。

在这个三维坐标系内，矢量 $\vec{V}$ 的三个分量分别为：

$$\begin{cases} V_x = V\sin\theta\cos\varphi, \\ V_y = V\sin\theta\sin\varphi, \\ V_z = V\cos\theta \end{cases} \tag{2.1}$$

三、 三轴干涉仪的探测原理

在《LIGO 探测到光程差引力波证明了推迟引力波各向异性的》一文中，我们已经证明：**激发引力波的质量源的运动破坏了传播空间的各向同性，沿不同方向传播的引力波速度是不同的，这是产生光程差的根本原因。**

相比而言，将两个光臂之间的干涉归结于引力波的四极矩偏振造成了两个光臂的非同步形变，有些勉强， 道理不充分。从根本上说，四极矩仍是一种静引力场；静引力场如何辐射出引力波，理论上缺乏说服力。

在三维空间以速度矢量 $\vec{V}$ 运动的质量源，它破坏了引力波传播空间的各向同性，成为各向异性的空间，引力波的速度是：

$$u_i = \frac{C_0}{1-\frac{\vec{V}\bullet\vec{e}_i}{C_0}} = \frac{C_0}{1-\frac{V_i}{C_0}} \tag{3.1}$$

其中，

u_i 是沿第‘i’个干涉臂传播的引力波速度，

C_0是在源观相对静止的条件下，真空中的光速，

$\vec{v}$ *是激发引*力波的质量源的三维速度矢量，

$\vec{e}_i$是沿干涉臂‘i’方向的单位矢量，

v_i是质量源速度矢量沿干涉臂‘i’方向的速度分量。

可见，引力波的传播速度u_i与质量源的速度矢量$\vec{v}$，与引力波的传播方向$\vec{e}_i$都有关系。

根据迈克尔逊干涉实验的理论，测量到的引力波干涉条纹数ΔN同引力波的频率ν成正比，同引力波沿两臂运动的时间差Δt成正比，对于任意两个相互垂直的光臂，干涉条纹数等于：

$$\begin{aligned}\Delta N_{ij} &= \nu\Delta t_{ij} = \nu(\frac{2L_0}{u_j} - \frac{2L_0}{u_i}) \\ &= \frac{C_0}{\lambda}(2L_0)(\frac{1}{u_j} - \frac{1}{u_i}) \\ &= \frac{2L_0C_0}{\lambda}(\frac{u_i - u_j}{u_i u_j})\end{aligned} \tag{3.2}$$

其中，L_0 是单臂的长度，C_0 的定义不变；单足标‘i’，‘j’分别代表第‘i’个和第‘j’个光臂，Δt_{ij}代表引力波沿‘i’，‘j’两臂传播的时间差，ΔN_{ij}代表沿‘i’，‘j’两臂传播的引力波的干涉条纹数。

将（3.1）代入（3.3），可化简为

$$\Delta N_{ij} = \frac{2L_0C_0}{\lambda}\left(\frac{u_i - u_j}{u_i u_j}\right)$$

$$= \frac{2L_0C_0}{\lambda}\left(\frac{\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_{0\ i}}} - \dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_j}{C_0}}}{\left(\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)\left(\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)}\right)$$

$$= \frac{2L_0C_0}{\lambda}\left(\frac{\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_{0\ i}}} - \dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_j}{C_0}}}{\left(\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)\left(\dfrac{C_0}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)u_i u_j}\right)$$

$$= \frac{2L_0}{\lambda}\left(\frac{\dfrac{(1-\dfrac{V_j}{C_0})-(1-\dfrac{V_i}{C_0})}{(1-\dfrac{V_i}{C_0})(1-\dfrac{V_j}{C_0})}}{\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{V_i}{C_0}}\right)}\right) \qquad (3.3)$$

$$= \frac{2L_0}{\lambda}\left(\frac{V_i}{C_0} - \frac{V_j}{C_0}\right)$$

$$= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V_i - V_j}{C_0}$$

即

$$\Delta N_{ij} = \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V_i - V_j}{C_0} \qquad (3.4)$$

我们称（3.5）为光臂‘i’与光臂‘j’的干涉方程。

两两垂直的三个坐标轴构成三个平面，在每个平面内，各有一对双臂干涉仪。现在，分别在三个平面内写出各自的干涉方程：

1. 在 $x-y$ 平面内，

$$
\begin{aligned}
\Delta N_{x-y} &= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V_x - V_y}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V\sin\theta\cos\varphi - V\sin\theta\sin\varphi}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda C_0}\{V\sin\theta(\cos\varphi - \sin\varphi)\} \\
&= W\{V\sin\theta(\cos\varphi - \sin\varphi)\}
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

记 $W \equiv \frac{2L_0}{\lambda C_0}$

2. 在 $y-z$ 平面内，

$$
\begin{aligned}
\Delta N_{y-z} &= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V_y - V_z}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V\sin\theta\sin\varphi - V\cos\theta}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda C_0}\{V(\sin\theta\sin\varphi - \cos\theta)\} \\
&= W\{V(\sin\theta\sin\varphi - \cos\theta)\}
\end{aligned} \tag{3.6}
$$

记 $W \equiv \frac{2L_0}{\lambda C_0}$

3. 在 $z-x$ 平面内，

$$
\begin{aligned}
\Delta N_{z-x} &= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V_z - V_x}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda}\frac{V\cos\theta - V\sin\theta\cos\varphi}{C_0} \\
&= \frac{2L_0}{\lambda C_0}\{V(\cos\theta - \sin\theta\cos\varphi)\} \\
&= W\{V(\cos\theta - \sin\theta\cos\varphi)\}
\end{aligned} \tag{3.7}
$$

记 $W \equiv \frac{2L_0}{\lambda C_0}$

在计算中，我们采用了两个约定：

第一，采用右手螺旋法则的次序，由

$$x \to y \to z \to x \tag{3.8}$$

第二，干涉条纹数，可能出现负数，表示条纹反向移动。

现在，我们将三个平面内的干涉方程写到一起：

$$\begin{cases} \Delta N_{x-y} = W\{V\sin\theta(\cos\varphi - \sin\varphi)\}, \\ \Delta N_{y-z} = W\{V(\sin\theta\sin\varphi - \cos\theta)\}, \\ \Delta N_{z-x} = W\{V(\cos\theta - \sin\theta\cos\varphi)\} \end{cases} \tag{3.9}$$

至此，我们已经看出：在干涉方程组（3.11）中，方程组左边的三个干涉条纹数可以由三个平面内的双臂干涉分别测出，方程右边包含且仅包含三个未知量：激发引力波的质量源的速度大小V，质量源的速度矢量的投掷角θ和方位角φ，原则上都可以准确求出。

这就是说，如果确有引力波到达三轴干涉仪，分别沿三个轴方向传播，不同的传播速度会产生光程差，可在三个平面内各测量出一个干涉条纹数。根据这三个干涉条纹数，即可确定激发引力波的质量源的速度大小V，质量源速度矢量的投掷角θ和方位角φ。

知道了质量源速度矢量的投掷角θ和方位角φ，就知道了引力波的质量源在天球上的坐标；知道了质量源的速度V，为研究黑洞、中子星的并合过程，提供了重要的物理图像。

讨论

1. 铅垂方向的干涉臂可借助废弃的矿井，先行建设，后完成地平面内的两个干涉臂；

2. 在目前的引力波探测中，考虑到光臂的形变量极其微小，为提高测量的精度，有效的办法是大大增加光臂的长度。根据本文提出的原理，光臂的形变不是产生光程差的根本原因，传播速度的各向异性才是根本原因，尽可能准确地获得质量源的坐标和速度大小才是核心。采用三轴干涉仪可以实现这一目标。所以，三条干涉臂的长度不必过长，控制在 1 公里量级为宜，在井下建立 1 公里量级的干涉光臂应没有技术困难。可通过设置高质量法布里-珀罗干涉仪去增加干涉仪的有效长度；
3. 根据本文提出的探测原理，是由于引力波的各向异性造成了光程差，而不是四极矩偏振造成的光臂伸缩；因此，对干涉臂形变的控制和测量的要求大大降低，对隔振系统，悬挂系统的要求也可大大降低，建设成本可大大降低。

参考文献

[1].爱因斯坦，狭义与广义相对论浅说，北京大学出版社，2006.1，北京.

[2].H.C.瓦尼安,R.鲁菲尼著，引力与时空，向守平 冯珑珑译，科学出版社，2006.10，第一版，北京.

[3].皮埃尔.比奈托利著,寻找时空的涟漪,叶欣欣译,人民邮电出版社,2017.3,第一版,北京.

[4].J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1975.

[5].胡友秋 程福臻，电磁学与电动力学（下册），科学出版社，2014.6，第二版，北京.

[6].汤克云，比较洛伦兹变换和推迟电磁场的独立实验，中国科学院预印本平台，2016.6.16.
[7].汤克云，准确理解达朗伯尔波动方程的物理图像，中国科学院预印本平台，2023.4.10.
[8].汤克云，运动源电荷发出的电磁波速度，中国科学院预印本平台，2023.5.4.
[9].汤克云，LIGO 观测到光程差证明了推迟引力波是各向异性的，中国科学院预印本平台，2023.5.18.